YMS 2016年度 解答速報

日本医科大学

【数学（解答）】

[Ⅰ]

問1　(1)　BD$=\sqrt{6}$　(2)　$\angle$ABD$=45^\circ$　(3)　BP$=\sqrt{2}$　(4)　$\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5-2\sqrt{3}}}{2}$

問2　(1)　3360　(2)　$m=550$

問3　(1)$k=\pm 2\sqrt{3}$　(2)　$\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

[Ⅱ]

問1　$f'(x)=xe^{-x^2}-\dfrac{1}{2}e^{-x^2}+\dfrac{1}{2}e^{-1}$

問2　$0<x<1$，$1<x$ で $f(x)>g(x)$，$x=1$ で $f(x)=g(x)$

問3　$h(x)=f(x)-g(x)$ $(x>0)$ とおくと

$h(1)=0$，$h'(x)=f'(x)-g'(x)=\dfrac{1}{2}(e^{-1}-e^{-x^2})=g(x)$，$h''(x)=g'(x)>0$

また，$h(\sqrt{2})=f(\sqrt{2})-g(\sqrt{2})>0$ より　　$g(\sqrt{2})<f(\sqrt{2})$ ……①

題意の直線は $y=\{f'(\sqrt{2})-g'(\sqrt{2})\}(x-1)=g(\sqrt{2})(x-1)$ であるから

この式で $x=1$ とすると，$h''(x)>0$ より

$g(\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)>h(\sqrt{2})=f(\sqrt{2})-g(\sqrt{2})$　　$\therefore\ f(\sqrt{2})<\sqrt{2}\,g(\sqrt{2})$ ……②

①②から　　$g(\sqrt{2})<f(\sqrt{2})<\sqrt{2}\,g(\sqrt{2})$ ……③

ここで $g(\sqrt{2})=\dfrac{1}{2}(e^{-1}-e^{-2})$ であり，$0.367<e^{-1}<0.368$，$0.135<e^{-2}<0.136$

から

$0.1155<g(\sqrt{2})<0.1165$ ……④

$(\sqrt{2})^2\cdot 0.1165^2=0.0271445$，$0.165^2=0.027225$ より

$\sqrt{2}\cdot 0.1165<0.165$ ……⑤

③④⑤から

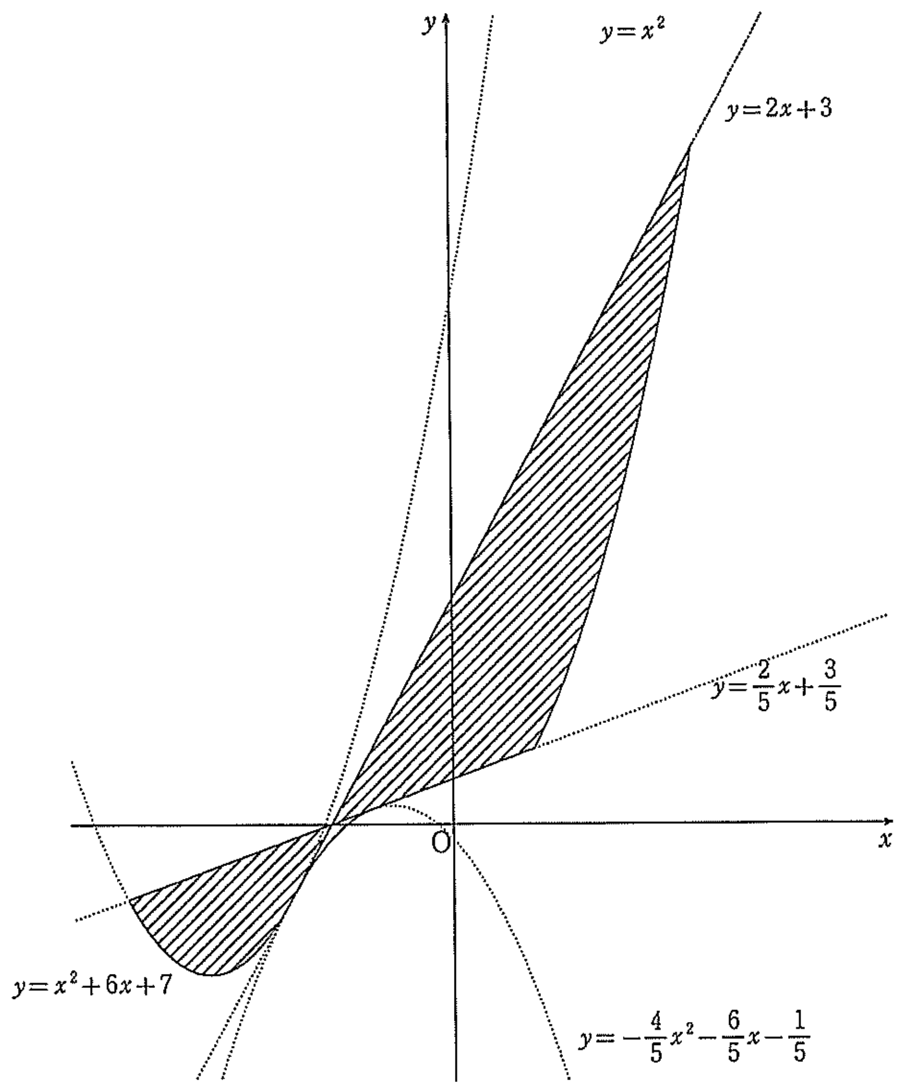
$0.115<0.1155<g(\sqrt{2})<f(\sqrt{2})<\sqrt{2}\,g(\sqrt{2})<0.1165$

よって題意は成立する．

[Ⅲ]

問1　$y=\dfrac{4t-2}{5}x+\dfrac{t^2+2t}{5}$　$(t-5\leqq x\leqq t)$

問2　下図の領域



【解説】

問1　2点を通る直線の方程式を出して線分の定義域を考えればよい．

問2　PQ が $t^2+(4t+2)t-2x-5y=0$ と変形できるので，この t についての方程式が $x\leqq t\leqq x+5$ かつ $1\leqq t\leqq 3$ に少なくとも1つ解をもつ条件を考えればよい．

(講評)

例年通り大問 3 問で構成。大問 1 は難しくはないのでなんとか完答したいが、問 3 の答えがきれいにならないので不安に思った人も多いだろう。大問 2 は問 2 まではなんとかしたい。大問 3 は線分の通過領域に関する問題。経験で差がついたに違いない。例年通り計算量も多くかなり厳しい内容で、6 割とれれば 1 次通過は十分可能。5 割でもチャンスはあるだろう。