YMS 女子医 解答速報

解答速報は**YMS** WEBにも掲載しています！

※解答速報の問題は受験者からの聞き取りをして作成しています。解答は聞き取った問題に対するものであることをあらかじめご了承ください。

http://www.yms.ne.jp/

大的中！ 1 問2、問3はYMSテキストの類題！
問4は、積分計算+次数下げと式の値の融合問題。
<<すべてYMS通常テキストに入っています！>>

【数学（問題・解答）】

1 次の等式をみたす，整数s，r，t，uを求めよ．

(1) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{7}}=s+\sqrt{r}$

(2) $\sqrt{1+\dfrac{4}{1+5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}}}=t^{\frac{1}{u}}$

(1) $\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{7})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2-7}+\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-7}$

$=\dfrac{14-2\sqrt{10}+2\sqrt{14}-2\sqrt{35}}{-2\sqrt{10}}+\dfrac{14+2\sqrt{10}+2\sqrt{14}+2\sqrt{35}}{2\sqrt{10}}$

$=\dfrac{4\sqrt{10}+4\sqrt{35}}{2\sqrt{10}}=2+\sqrt{14}$　　$\therefore (s,\ r)=(2,\ 14)$

(2) $\sqrt{1+\dfrac{4}{\dfrac{1\cdot\{(5^{\frac{1}{3}})^3-1\}}{5^{\frac{1}{3}}-1}}}=\sqrt{1+5^{\frac{1}{3}}-1}=\sqrt{5^{\frac{1}{3}}}=5^{\frac{1}{6}}$　　$\therefore (t,\ u)=(5,\ 6)$

2 1番から6000番までの6000枚のカードがある．4桁のカードをとり出し，1000の位から1の位までをa，b，c，dとそれぞれおき，$1\leqq a\leqq b\leqq c\leqq d\leqq 5$となるようなカードを袋の中に入れる．

(1) 袋の中に入っているカードの枚数Nを求めよ．

(2) 袋の中に入っているカードを1枚とり出すとき，それが5の倍数である確率pを求めよ．

(3) 袋の中に入っているカードを1枚とり出し，中に戻してかきまぜ1枚とり出す．このとき，2回目にとり出したものの方が，1回目よりも数が大きくなる確率qを求めよ．

(1) $1\leqq a<b+1<c+2<d+3\leqq 8$であり，1～8までの異なる8個の数字から異なる4個の数字を取り出す方法を考えて

${}_8C_4=\dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2}=70$　　$\therefore N=70$

(2) $d=5$であるから$1\leqq a<b+1<c+2\leqq 7$であり，1～7までの異なる7個の数字から異なる3個の数字を取り出す方法を考えて

${}_7C_3=\dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2}=35$　　$\therefore p=\dfrac{35}{N}=\dfrac{35}{70}=\dfrac{1}{2}$

(3) 1111，1112，……，5555の異なる70個の数字から異なる2個の数字を取り出す方法を考えればよい．すべての取り方は70^2通りあるから

$q=\dfrac{{}_{70}C_2}{70^2}=\dfrac{69}{140}$

3 (1) $[\log_2 2016]$の値を求めよ．

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2^n-1}[\log_2 k]=2^{n-2}\cdot F(n)+G$　をみたす$F(x)$と定数Gを求めよ．

(1) $2^{10}=1024<2016<2048=2^{11}$より，$10<\log_2 2016<11$　　$\therefore [\log_2 2016]=10$

(2) $[\log_2 k]=m$となるのは，$\log_2 2^m\leqq\log_2 k<\log_2 2^{m+1}$より$2^m\leqq k<2^{m+1}$

これは$(2^{m+1}-1)-2^m+1=2^m$個あるから，以下のような群数列ができる．

群	1	2	3	…	n
項	0	1，1	2，2，2，2	…	$n-1$，……，$n-1$
項数	1	2	4	…	2^{n-1}

よって，求める和をSとおくと

$S=\displaystyle\sum_{m=0}^{n-1}m\cdot2^m=0\cdot2^0+1\cdot2^1+2\cdot2^2+\cdots\cdots+(n-1)\cdot2^{n-1}$

$2S=0\cdot2^1+1\cdot2^2+2\cdot2^3+\cdots\cdots+(n-2)\cdot2^{n-1}+(n-1)\cdot2^n$

辺々引くことにより

$-S=2^1+2^2+\cdots\cdots+2^{n-1}-(n-1)\cdot2^n=\dfrac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}-(n-1)\cdot2^n$

$=-(n-2)\cdot2^n-2$　　$\therefore S=(n-2)\cdot2^n+2$

以上から，$S=(4n-8)\cdot2^{n-2}+2$とかけるので　　$F(x)=4x-8$，$G=2$

4 $\alpha=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{1+\sin x}\,dx$，$P(x)=x^3+2x^2+4$のとき，

$\alpha=A+\sqrt{B}$，$P(\alpha)=C+\sqrt{D}$をみたす整数A，B，C，Dを求めよ．

$\alpha=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{1+\sin x}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{1+\sin x}\cdot\frac{1-\sin x}{1-\sin x}\,dx$

$=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1-\sin x}{\cos^2 x}\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos^2 x}\,dx+\int_0^{\frac{\pi}{3}}(-\sin x)(\cos x)^{-2}\,dx$

$=\Big[\tan x\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}+\Big[-\dfrac{1}{\cos x}\Big]_0^{\frac{\pi}{3}}=(\sqrt{3}-0)+(-2+1)=-1+\sqrt{3}$

また，

$\alpha^2+2\alpha-2=0$　が成り立つことより

$P(\alpha)=\alpha^3+2\alpha^2+4=(\alpha^2+2\alpha-2)\alpha+2\alpha+4$

$=2(\sqrt{3}-1)+4=2+\sqrt{12}$

【数学（講評）】

1 (1) √の計算。丁寧に通分して計算すればよい。置き換えをすると見やすくなる。(2)は等比数列の和の公式を使って計算していくが、見た目がややごつい。

2 (1) $1\leqq a<b+1<c+2<d+3\leqq 8$として組み合わせを考える。(2) $d=5$の場合を数える。(3)「1回目の数＞2回目の数」になる確率と「2回目の数>1回目の数」になる確率が等しいことを利用すると早い。

3 (2)は群数列の問題で「等差×等比の和」の問題に帰着できる。決して難しくはないが、出来は良くないだろう。

4 基本的な定積分の問題である。後半は次数下げをすると早い。落ち着いて計算したい。

全体的に平易で、どの問題も定型問題である。ただ、60分という短い時間の中だとなかなか厳しかったかもしれない。7割くらいが一次通過の一つの目安であるが、5割程度でも他教科次第ではチャンスがある。

医学部専門予備校 YMS　〒151-0053　東京都渋谷区代々木1-37-14
ホームページ http://www.yms.ne.jp/
ご不明な点はお電話にてお問い合わせください。TEL03-3370-0410